

Klausur – Mathematik I

Allgemeines:

Klausurdauer 90 Minuten; Maximale Punktzahl 100; Bestanden ab 50 Punkten; Erreichbare Punkte hinter Aufgaben in Klammern; Hilfsmittel: Taschenrechner, Vorlesungsmitschrift, Formelsammlung, Mathematikbücher.

1. Von $f(x) = \frac{2x-1}{x+2} - \frac{1}{2x+1}$ sind zu bestimmen: **(gesamt 8 Punkte)**

- a.) Der Definitionsbereich **(2)**
- b.) Die Nullstelle(n) sofern vorhanden **(4)**
- c.) Der y-Achsenabschnitt **(2)**

2. Man bestimme Steigung von $f(x)$ an $x=2$ **(8 Punkte)**

$$f(x) = 4e^{\frac{2x+2}{3}}$$

3. Man bestimme die Extrema von $f(x)$ und überprüfe auf Maxima und Minima: **(10 Punkte)**

$$f(x) = 2(x^2 - 4x)^2$$

4. Das Doppelte einer Zahl A plus Zahl B plus Zahl C ergibt 30. Weiterhin ist B dreimal so groß wie Zahl C. Wie müssen die Zahlen lauten, damit ihr Produkt maximal wird? (Max./Min-Prüfung nicht notwendig!) **Ohne Rechnung keine Punkte! (10 Punkte)**

5. Man berechne die Grenzwerte sofern möglich **(gesamt 12 Punkte)**:

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{an^3 - 4n^2}{n^3} = ? \quad (6) \quad \lim_{n \rightarrow \infty} n - \frac{3n^2}{3n - a} = ? \quad (6)$$

6. Man berechne das Integral:

$$\int_0^a 2x^3 - \frac{x}{2a} dx = ? \quad (10 \text{ Punkte})$$

7. Welches Polynom der Form $f(x) = ax^2 + bx - c$ hat die folgenden Eigenschaften? **(16 Punkte)**

a.) $\int_{-1}^1 f(x) dx = 0$

b.) $f(1) = 4$

c.) $f(x)$ schneidet die y-Achse an der Stelle $y = -1$

8. Gegeben ist die Funktion $f(x)$: **(gesamt 11 Punkte)**

$$f(x) = 9a^2 - x^2$$

a.) Wie groß ist die Steigung am Ursprung? **(2)**

b.) An welcher Stelle ist die Steigung = 4? **(2)**

c.) Sei $a=1$: unter welchen Winkeln schneidet $f(x)$ jeweils die x-Achse? **(7)**

9. Wo schneiden sich $f(x) = x^3$ und $g(x) = x^2 + 4x - 4$? **(15 Punkte)**

Achtung: Es können durchaus mehrere Schnittpunkte existieren!

Viel Erfolg!