

## Klausur Mathematik

1. Man berechne das nachfolgende Integral:

$$\int_{-\pi}^0 \frac{a \sin x}{2} dx =? \quad (10 \text{ Punkte})$$

2. Für ein Kirchengebäude soll ein Rundbogenfenster (Rechteck mit aufgesetztem Halbkreis) mit maximaler Fläche angefertigt werden. Die gesamte Umrahmung des Fensters muss 5m betragen. Wie ist das Fenster zu bemaßen? Eine Untersuchung auf Maxima/Mininima muss nicht durchgeführt werden. **(12 Punkte)**

3. Gegeben ist die Funktion  $f(x) = (2x - a)^3$ . **(14 Punkte = 1 + 3 + 5 + 5 Punkte)**
- a.) Wie lautet der Definitionsbereich von  $f(x)$ ?
  - b.) Man berechne die Nullstelle(n) von  $f(x)$ .
  - c.) Wie muss der Parameter  $a$  gewählt werden, damit  $f(x)$  an der Stelle  $x=2$  die Steigung 6 besitzt?
  - d.) Wie muss  $a$  gewählt werden, damit  $f(x)$  an der Stelle  $x=3$  einen Wendepunkt besitzt?

4. Man bestimme die Umkehrfunktion zu  $f(x)$  **(gesamt 8 Punkte)**

$$f(x) = \sqrt{\frac{e^{2x-4}}{4}}$$

5. Man bestimme den Definitionsbereich von  $f(x)$ : **(gesamt 10 Punkte)**

$$f(x) = \frac{4}{x^3 - 3x^2 - 4x + 12}$$

6. Man berechne die Grenzwerte **(gesamt 12 Punkte)**:

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\frac{3}{x} - 1}{\frac{2}{x} + 1} =? \quad (6 \text{ Punkte})$$

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\sqrt{2ax + 4}}{\sqrt{x + 4}} =? \quad (6 \text{ Punkte})$$

*Viel Erfolg*