

Klausur Mathematik

1. Die Funktion $f(x) = \sqrt[3]{2x}$ ist in eine Potenzreihe mit der Entwicklungsmitte um den Ursprung bis zur dritten Ordnung zu entwickeln. Man vergleiche für $x=0.1$ den exakten Wert mit dem Näherungswert der Potenzreihe. **(12 Punkte)**

2. Man berechne das folgende Integral unter Anwendung der Substitutionsregel **(10 Punkte)**:

$$\int_0^2 x\sqrt{4-x^2} dx = ?$$

3. Gegeben sind die Matrizen A, B und C **(gesamt 16 Punkte)**:

$$A = \begin{pmatrix} 1 & a & -1 \\ a & 1 & 0 \\ 0 & 1 & -2a \end{pmatrix}; \quad B = \begin{pmatrix} -a \\ a \\ -1 \end{pmatrix} \quad C = \begin{pmatrix} 0 \\ a \\ 2 \end{pmatrix}$$

Man berechne sofern möglich:

- a) $\det A$
 b) $\det C$
 c) $(B+C)A^T$
 d) $A^T(B+C)$
4. Man berechne die Grenzwerte: $\lim_{n \rightarrow 0} \frac{\ln n}{\ln(2n)}$ und $\lim_{n \rightarrow 0} \frac{\sin(an)}{2an}$ **(16 Punkte / je 8 Punkte)**

5. Gegeben sind die nachfolgenden 3 Punkte aus denen man 3 Geraden bilden kann. Welche 2 Geraden, von den 3 möglichen Geraden stehen senkrecht aufeinander? **(8 Punkte)**

$$A = (0; a+1; 2) \quad B = (-a; 1; -3) \quad C = (1; 5+a; 2-a)$$

6. Gegeben ist das folgende Extremwertproblem: Man berechne das Extremum/die Extrema der Funktion $f(x, y) = 6xy - y^3$ unter der Nebenbedingung $x-y=1$. Eine Max./Min.-Prüfung muss nicht durchgeführt werden! **(14 Punkte)**

7. Die Seiten eines oben offenen Schukartons werden wie folgt vermessen: $a = 250\text{mm} \pm 5\text{mm}$; $b = h = 100\text{mm} \pm 5\%$; Man bestimme die Oberfläche des Kartons mit der Höhe h und gebe eine Abschätzung des mittleren Fehlers an. **(14 Punkte)**

8. Gibt es eine Lösung für den Parameter a , so dass der Punkt A auf der Ebene liegt? **(10 Punkte)**

$$E: \vec{x} = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 2 \end{pmatrix} + \lambda \begin{pmatrix} a \\ 3 \\ 2 \end{pmatrix} + \mu \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$$

$$A = (4; -1; 1)$$

Viel Erfolg!